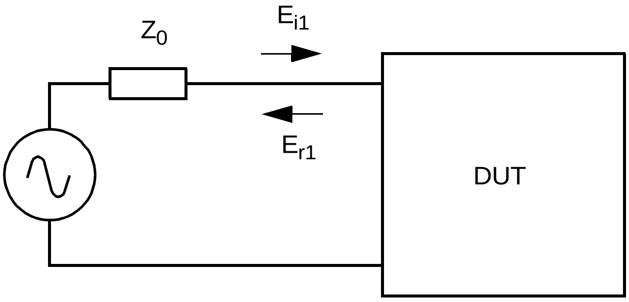
RF-Formules micro-ondes - systèmes à 1 port

Considérons une source de tension d'impédance caractéristique Z_0 alimentant une boite noire comportant un ou des composants (que nous appellerons DUT - *Device Under Test*).



La tension dans le DUT est composée de 2 éléments, une onde directe E_{i1} et une onde réfléchie E_{r1} caractérisées par une tension et un courant :

$$V_1 = E_{i1} + E_{r1} \qquad I_1 = \frac{E_{i1} - E_{r1}}{Z_0} \tag{1}$$

Notons que le DUT est connecté à la source par une certaine longueur de ligne de transmission, d'impédance Z_0 (éventuellement infiniment courte comme dans la figure ci-dessus), le voltage le long de la ligne est alors la somme de 2 ondes (V_1) alors que le courant, puisque les ondes se déplacent en directions opposées est la différence des 2 ondes, divisée par Z_0. Ceci est décrit plus en détails à la fin de ce document.

Si nous définissons la notation normalisée suivante :

$$a_1 = \frac{E_{i1}}{\sqrt{Z_0}} \qquad b_1 = \frac{E_{r1}}{\sqrt{Z_0}} \tag{2}$$

a_1 et b_1 deviennent la racine carrée des puissances directes et réfléchies. Notons ainsi que les carrés de a_1 et b_1 ont une dimension de puissance. Écrivons une fonction s_{11} telle que :

$$b_1 = s_{11} a_1 \tag{3}$$

relative à ces deux ondes de tension, et s_{11} est alors :

$$s_{11} = \frac{b_1}{a_1} \tag{4}$$

Impédance d'entrée :

L'impédance d'entrée peut s'exprimer comme un valeur rectangulaire ($Z_L = R + jX$ avec R représentant la partie réelle de Z_L et X la partie imaginaire de Z_L) ou comme une valeur polaire ($Z_L = M\angle P$ où ici M est l'amplitude de Z_L et P son angle de déphasage) :

$$Z_L = \frac{1 + s_{11}}{1 - s_{11}} \cdot Z_0 \tag{5}$$

Coefficient de réflexion:

$$\Gamma = \rho\angle\theta = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{Y_0 - Y_L}{Y_0 + Y_L} \tag{6}$$

Le **coefficient de réflexion** *gamma* est une mesure de la qualité de l'adaptation de la charge à l'impédance de la source. C'est une valeur complexe avec une amplitude de *rho* et un angle *theta*.

Le **coefficient de réflexion** est petit pour une bonne adaptation. Le **coefficient de réflexion** prend une valeur de –1 dans le cas d'un court-circuit, reste négatif pour des charges inférieures à < Z_0, vaut zéro pour une adaptation parfaite, est positif pour des charges > Z_0, et atteint +1 quand il n'y a pas de charge.

Si nous utilisons des impédances normalisées :

$$\Gamma = \rho\angle\theta = \frac{Z-1}{Z+1} = \frac{1-Y}{1+Y} \qquad \text{et} \qquad Z = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{7}$$

De l'equ.(5), on peut écrire que s_{11} vaut :

$$s_{11} = \frac{Z-1}{Z+1} = \Gamma \tag{8}$$

Nous voyons que $\mathbf{s_{11}}$ et Γ (le **coefficient de réflexion**) ne sont qu'une seule et même chose.

Return Loss :

Littéralement 'pertes de retour', ce terme est généralement traduit par **pertes par réflexion**.

Considérons le **coefficient de réflexion** :

$$\Gamma = \rho\angle\theta \tag{9}$$

le **Return Loss** (exprimé en dB) fait usage de ρ et vaut :

$$L_r = 20\log\left(\frac{1}{\rho}\right) = -20\log(\rho) \tag{10}$$

Le **Return Loss** est une mesure de la puissance qui n'est pas absorbée par la charge et qui se retrouve réfléchie vers la source. Donc une valeur absolue importante du **Return Loss** (i.e.: > |20| dB) implique une bonne adaptation.

ROS :

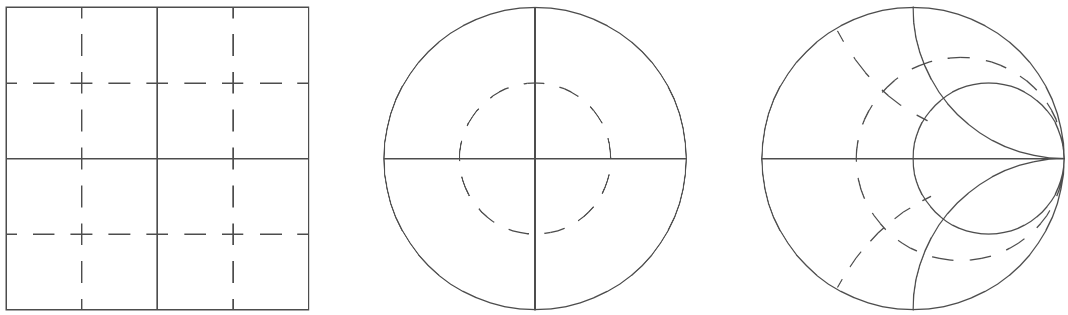
Comme pour le Return Loss, le **ROS** (grandeur sans dimension) est calculée en partant de ρ :

$$ROS = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+|s_{11}|}{1-|s_{11}|} \tag{11}$$

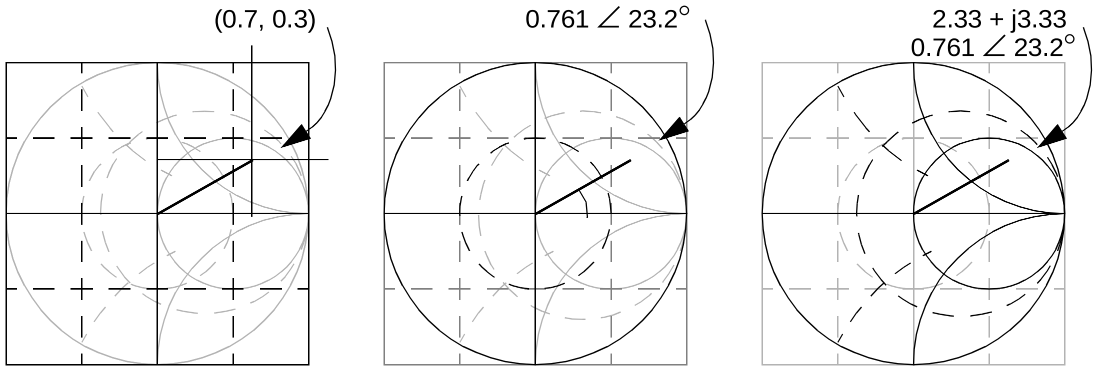
Le **ROS** (SWR ou VSWR en anglais) est utile pour estimer (calculer) la tension de pointe que l'on peut trouver sur une ligne non idéalement terminée. C'est une mesure communément utilisée de la valeur qualitative de l'adaptation de la charge. Une adaptation parfaite est caractérisée par un ROS de 1, alors qu'un court-circuit ou un circuit ouvert donnent un ROS ∞.

Graphes et abaque de Smith :

Il y a trois sortes de graphes communément utilisés pour représenter des valeurs complexes en haute fréquence. Le graphe rectangulaire est utilisé pour des valeurs rectangulaires ($R + jX$ aussi appelées cartésiennes), le graphe polaire pour des valeurs en format polaire ($M\angle P$) et l'abaque de Smith pour ces deux dernières et aussi les paramètres S (et plusieurs autres genres de valeurs).



Rectangulaire Polaire Smith



Une observation intéressante est que si l'on utilise des paramètres normalisés, les trois graphes peuvent être superposés, comme représenté sur les 3 figures ci-dessus, et le même vecteur peut y être lu de différentes manière sur leurs axes respectifs.

Sur une **Abaque de Smith**, on graphe des **impédances normalisées** si l'on se réfère aux axes courbés, il est aussi possible avec une règle et un rapporteur de tracer les paramètres S en magnitude et angle, comme pour un graphe polaire. L'abaque de Smith complète est entourée d'une échelle graduée en degrés, et au bas de l'abaque, il y a en général une échelle du même diamètre que l'abaque, sur laquelle on peut reporter et lire l'amplitude polaire des vecteurs.

Exemple :

Pour le circuit série composé de L = 26,5 nH et R = 116,5 Ω à 1 GHz.

Nous obtenons : Z = 116,5 + j166,5, normalisé à 50 Ω : $Z_n = 2{,}33 + j3{,}33$

Calculons S_{11} qui est équivalent à Γ:

$$S_{11} = \Gamma = \frac{Z_n - 1}{Z_n + 1} = 0{,}7 + j0{,}3 = 0{,}761\angle 23{,}2° \tag{12}$$

Autres valeurs intéressantes:

$$VSWR = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0{,}761}{1-0{,}761} = 7{,}38 \tag{13}$$

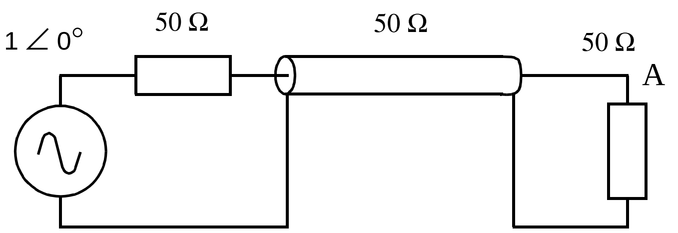
$$ReturnLoss = 20\log\left(\frac{1}{\rho}\right) = 2{,}37 \text{ dB} \tag{14}$$

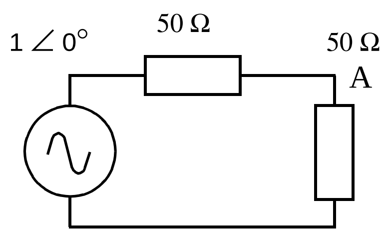
Ces valeurs ont été reportées sur les graphes ci-dessus.

Appendice :

Considérons 3 cas triviaux de ligne de transmission, soit convenablement adaptée, soit ouverte soit court-circuitée, et appliquons l'equ.(1) au point A, à la fin de la ligne de transmission, en notant que cette ligne peut avoir une longueur quelconque, y compris nulle.

Ligne convenablement adaptée :





Notons que nous pouvons utiliser l'un ou l'autre des schémas ci-dessus.

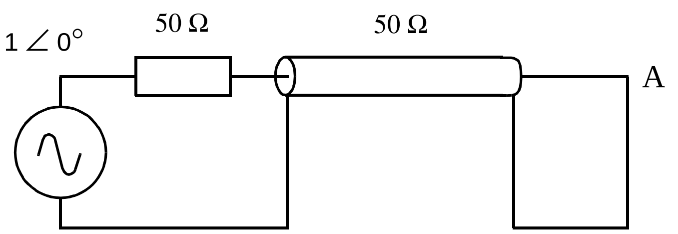
Le diviseur de tension impose en A une tension de : $0{,}5\angle 0\ \text{V}$

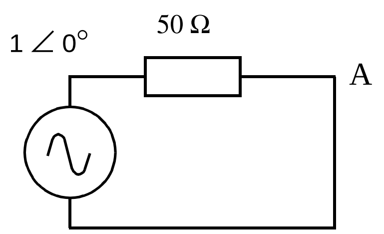
La loi d'Ohm nous dit que I_A vaut : $\frac{1\angle 0}{100} = 10\angle 0\ \text{mA}$

Nous savons que dans un système convenablement adapté il y a une onde directe mais pas d'onde réfléchie. Donc selon l'equ.(1) au point A :

$$V = 0{,}5\angle 0 + 0 = 0{,}5\angle 0\ \text{V} \qquad I = \frac{0{,}5\angle 0 - 0}{50} = 10\angle 0\ \text{mA} \tag{15}$$

Ligne court-circuitée :



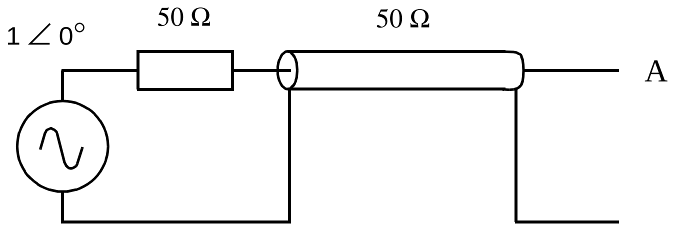


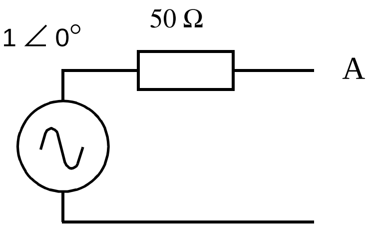
On observe que la tension en A est de zero et que le courant y est de : $\frac{1\angle 0}{50} = 20\angle 0\ \text{mA}$.

Nous savons que dans une ligne court-circuitée, il y aura une onde directe et une onde réfléchie et que cette dernière sera de polarité inversée. Donc selon l'equ.(1) au point A :

$$V = 0{,}5\angle 0 - 0{,}5\angle 0 = 0\ \text{V} \qquad I = \frac{0{,}5\angle 0 - (-0{,}5\angle 0)}{50} = 20\ \text{mA} \tag{16}$$

Ligne ouverte :





On observe que la tension en A est de $1\angle 0$ V et que le courant y est de 0.

Nous savons que dans une ligne ouverte, il y aura une onde directe et une onde réfléchie et que cette dernière sera de même polarité que l'onde directe. Donc selon l'equ.(1) au point A :

$$V = 0{,}5\angle 0 + 0{,}5\angle 0 = 1\angle 0 \text{ V} \qquad I = \frac{0{,}5\angle 0 - 0{,}5\angle 0}{50} = 0 \qquad (17)$$

Note : On pourrait se demander pourquoi nous avons choisi une valeur de 0,5 V pour l'onde directe et pour l'onde réfléchie ? Tout simplement parce que c'est la seule valeur qui marche dans tous les cas, mais il y a une autre réponse meilleure et plus simple ; dans le cas de la ligne correctement terminée, c'est la valeur donnée pour l'onde directe par la loi d'Ohm et le théorème de transfert de la puissance maximale.

Note : An English version of this article article is available at :
http://www/pilloud/net/op_web/tek.html#05